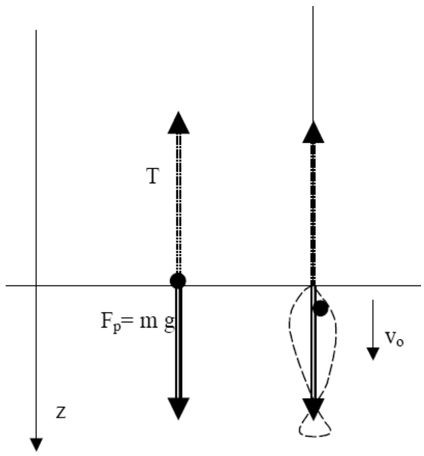
UNIVERSITA' DEL SANNIO

CORSO DI FISICA 1

ESERCIZI – DINAMICA I

1. La tensione alla quale una lenza si spezza è comunemente detta "resistenza della lenza". Si vuole calcolare la resistenza minima T_{min} che deve avere una lenza tesa in verticale alla quale è attaccato un pesce di massa m = 8.5 kg, che tenta di sganciarsi con una velocità v_o =2.8 m/s, per essere in grado di bloccare nella distanza d=11 cm il pesce, con decelerazione costante.

- Il pesce cerca di spingersi verso il basso e il pescatore tira la lenza con una tensione T che si oppone alla spinta del pesce e al suo peso . Quindi la tensione $\boldsymbol{T}$ da applicare deve essere tale da dare in totale una accelerazione verso l'alto, che chiameremo $\boldsymbol{a}$, e opporsi alla forza peso verso il basso. Attraverso la tensione applicata alla lenza quindi si applica l'accelerazione a tale da frenare nel suo moto verso il basso il pesce, fino a fermarlo. Scegliamo l'asse z positivo verso il basso (vedi figura). Il pesce si muove di moto uniformemente accelerato (o decelerato, se si preferisce) e percorre la distanza d nel verso positivo dell'asse z. Secondo le relazioni del moto uniformante accelerato è $d = v_0\, t_d - 1/2\, g\, t_d^{\,2}$ dove t_d è il tempo in cui la velocità si annulla dal valore iniziale v_0. Dalla relazione per la velocità in funzione del moto uniformemente decelerato (come nel nostro caso) abbiamo $v(t) = v_0 - a\, t$. Per $t = t_d$ otteniamo il valore dell'accelerazione $t_d = v_0 / a$ e sostituendo nella legge oraria ricaviamo il valore dell'accelerazione da imprimere al pesce: $a = v_0^2 / (2\, d)$ = 35.64 ms^{-2}. Per calcolare $\boldsymbol{a}$ questo punto il valore della tensione $\boldsymbol{T}$, basta impostare la seconda legge di Newton per le forze agenti. Le forze agenti sono l'incognita tensione $\boldsymbol{T}$, verso l'alto, e la forza peso, orientata verso il basso, nel senso positivo dell'asse z. Quindi: $- T + m\, g = - m\, a$. Pertanto $T = m\, (a - g) = 220\, N$.



2. Una automobile avente peso p = 1.30 x 10^4 N sta viaggiando ad una velocità v_o = 40km/h e deve frenare fino ad arrestarsi in uno spazio d = 15m. Ammettendo una forza frenante costante, trovare l'intensità di questa forza ed il tempo impiegato per fermarsi. Se la velocità iniziale fosse v'_o = 80Km/h e la forza

frenante fosse la stessa trovata precedentemente, trovare qual e' la distanza di arresto e qual è la durata della frenata.

- Anche in questo caso si ha un moto decelerato con accelerazione costante. Infatti si ammette che l'automobile si stia muovendo in orizzontale, per cui la sua forza peso viene equilibrata in verticale dalle forza di reazione del piano stradale. Si suppone che non vi sia attrito e che dall'interno della macchina si freni con una pressione sui freni a cui corrisponde una forza frenante orizzontale costante nel tempo e nello spazio, e che questa sia l'unica forza agente. Ad una forza costante corrisponde un accelerazione costante, che è da trovare, in base alle leggi del moto uniformemente accelerato (o decelerato, visto che la velocità e l'accelerazione hanno versi contrari). Ancora come nell'esercizio precedente sappiamo che la macchina dotata di velocità iniziale data, deve fermarsi in una determinata distanza d, per cui l'accelerazione che deve essere impressa è pari a

$$a = \frac{v_0^2}{2d} = \frac{(40\mathrm{km/h})^2}{2 \cdot 15\,\mathrm{m}} = \frac{(40 \cdot 10^3\,\mathrm{m}/3.6 \cdot 10^3\,\mathrm{s})^2}{2 \cdot 15\,\mathrm{m}} = 4.11\,\mathrm{m/s^2}$$

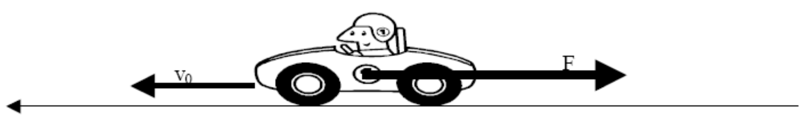
A questa accelerazione corrisponde una forza $F = m\,a$. Nel testo è dato il peso della macchina, p, che è pari a $m\,g$, con g accelerazione di gravità (9.8m/s2). Quindi

$$F = ma = \frac{p}{g}\frac{v_0^2}{2d} = \frac{1.3 \cdot 10^4\,\mathrm{N}}{9.8\mathrm{m/s^2}}\frac{(40\mathrm{km/h})^2}{2 \cdot 15\,\mathrm{m}} = \frac{(40 \cdot 10^3\,\mathrm{m}/3.6 \cdot 10^3\,\mathrm{s})^2}{2 \cdot 15\,\mathrm{m}} = 5499\mathrm{N}$$

L'intervallo di tempo in cui si ferma, considerando zero il tempo in cui ha la velocità iniziale v_o si trova dalla relazione $v(t) = v_o - a\,t$, considerando che all'istante di tempo t_0 si deve avere $v(t_0) = 0$. Quindi $t_0 = v_o / a = 2.7\ s$. Nella seconda parte dell'esercizio si richiede la distanza percorsa a parità di forza frenante se la velocità iniziale è il doppio della precedente. Quindi la decelerazione è quella trovata precedentemente e considerando la relazione che lega velocità iniziale, accelerazione e distanza percorsa durante il processo di frenata, si ha (gli indici 1 indicano le quantità nuove) :

$$d_1 = \frac{v_{01}^2}{2a} = \frac{4v_0^2}{2a} = 4d = 60\mathrm{m}$$

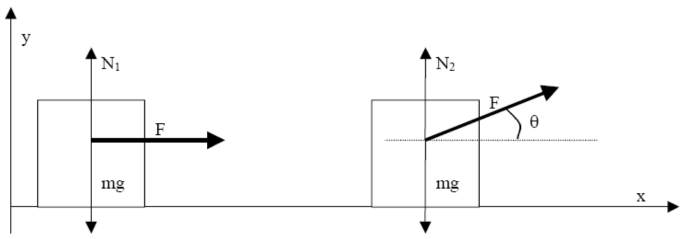
Si ricava facilmente che il tempo di frenata invece raddoppia rispetto al caso precedente, considerando al solito la relazione $v_1(t) = v_{01} - a\,t$ con v_{01} velocità iniziale in questo caso e che il tempo cercato corrisponde al tempo in cui $v_1(t)$ si annulla.



3. State tirando una scatola su un pavimento incerato (attrito trascurabile), mediante una fune legata alla scatola e nel farlo applicate una forza costante $\vec{F}$ orizzontale. Un vostro amico sta tirando la stessa scatola con la stessa forza $\vec{F}$ ma inclina la fune di un angolo θ verso l'alto. Trovare il rapporto tra le velocità

scalari dopo un certo tempo *t* e dopo avere tirato la scatola per una certa distanza *d*.

- La situazione è quella raffigurata in figura per le forze che agiscono sulla scatola nei due casi.



Le forze agenti nel primo caso (sinistra) sono il peso della scatola (in verticale verso il basso), la reazione del piano (N), la forza orizzontale F; dalla seconda legge di Newton la somma vettoriale delle forze è uguale a massa per accelerazione : $\boldsymbol{F} + m\,\boldsymbol{g} + \boldsymbol{N} = m\,\boldsymbol{a}$. Scomponendo sugli assi coordinati si ha
caso 1 :

$$\text{caso 1}: \begin{array}{ll} \text{asse y} & N_1 - mg = ma_{1y} \equiv 0 \Rightarrow N_1 = mg \\ \text{asse x} & F = ma_x \Rightarrow a_{1x} = \dfrac{F}{m} \end{array}$$

Nella prima equazione l'accelerazione lungo l'asse y è evidentemente nulla, la scatola non si alza dal pavimento né scade verso il basso, ma si sposta solo orizzontalmente. Nel secondo caso (a destra) ancora l'equazione è $\boldsymbol{F} + m\,\boldsymbol{g} + \boldsymbol{N} = m\,\boldsymbol{a}$, ma ora scomponendo sugli assi si trova:
caso 2

$$\text{caso 2} \begin{array}{ll} \text{asse y} & N_2 + F\,\text{sen}\,\theta - mg = ma_{2y} \equiv 0 \Rightarrow N_2 = mg - F\,\text{sen}\,\theta \\ \text{asse x} & F\cos\theta = ma_x \Rightarrow a_{2x} = \dfrac{F\cos\theta}{m} \end{array}$$

Quindi la reazione del piano è diminuita rispetto al caso precedente (in parte è la forza applicata dall'amico che sostiene in verticale la cassa), ma anche l'accelerazione in orizzontale è diminuita: a parità di valore di **F**, poiché $\cos\theta$, per angoli minori di $\pi/2$, è minore di 1. Le accelerazioni sono comunque costanti, e quindi il moto impresso è uniformemente accelerato e la velocità ad ogni istante è data da $v(t)=a\,t$, con a l'accelerazione e t il tempo, essendo in questi due casi la velocità iniziale nulla. Si ha quindi

$$\text{caso 1} \quad v_1(t) = a_{1x}t = \frac{F}{m}t \qquad\qquad \text{caso 2} \quad v_2(t) = a_{2x}t = \frac{F\cos\theta}{m}t$$

$$\frac{v_1(t)}{v_2(t)} = \frac{\frac{F}{m}t}{\frac{F\cos\theta}{m}t} = \frac{1}{\cos\theta}$$

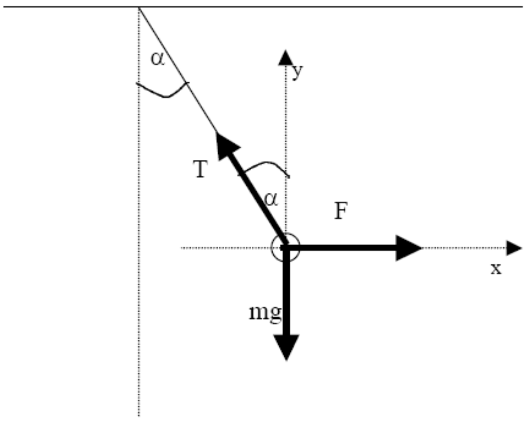
La velocità nel primo caso è quindi sempre maggiore della velocità del secondo caso, a parità di intensità della forza applicata. Dopo aver percorso la distanza d, in un moto uniformemente accelerato con velocità iniziale nulla, la velocità è data dalla relazione $v_d = (2ad)^{1/2}$, con a accelerazione e d distanza percorsa, per cui ora si ha

$$\text{caso 1} \quad v_{1d} = \sqrt{2a_{1x}d} = \sqrt{2\frac{F}{m}d} \qquad\qquad \text{caso 2} \quad v_{2d} = \sqrt{2a_{2x}d} = \sqrt{2\frac{F\cos\theta}{m}d}$$

$$\frac{v_{1d}}{v_{2d}} = \frac{\sqrt{2\frac{F}{m}d}}{\sqrt{2\frac{F\cos\theta}{m}d}} = \sqrt{\frac{1}{\cos\theta}}.$$

4. Una sferetta di massa 3 mg è appesa ad un filo in estensibile ed è in equilibrio. Soffia una brezza orizzontale costante che fa spostare il sistema in modo che la nuova posizione d'equilibrio del sistema formi una angolo di α = 30° con la verticale. Trovare il valore della tensione del filo e della forza orizzontale della brezza

- La situazione è quella raffigurata in figura per le forze che agiscono sulla pallina spostata dalla posizione di equilibrio verticale. Sono segnate le forze che agiscono, ovvero la tensione T della corda in estensibile, la forza F del vento in orizzontale e la forza peso dovuta all'attrazione della pallina da parte della terra. Poiché il sistema è in equilibrio deve essere: **F** + m **g** + **T** = 0.



Scomponendo su gli assi x e y in figura (questa è una possibile scelta di assi, si può anche considerare l'asse y lungo la corda verso il punto di sospensione e l'asse a lui perpendicolare) si ha:

$$\text{asse y} \quad T\cos\alpha - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{3\cdot 10^{-6}\text{kg } 9.8\text{ms}^{-2}}{\cos 30} = 5.4\cdot 10^{-5}\text{N}$$

$$\text{asse x} \quad F - T\text{sen}\alpha = 0 \Rightarrow F = T\text{sen}\alpha = \frac{mg}{\cos\alpha}\text{sen}\alpha \equiv mg\ \text{tg}\alpha =$$

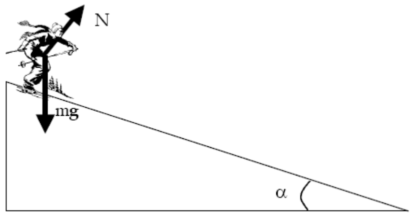
$$\Rightarrow F = 3\cdot 10^{-6}\text{kg } 9.8\text{ms}^{-2}\text{tg}30° = 1.7\cdot 10^{-5}\text{N}$$

Suggerimento: provare a rifare il calcolo scegliendo un sistema di riferimento diverso, per esempio quello suggerito sopra.

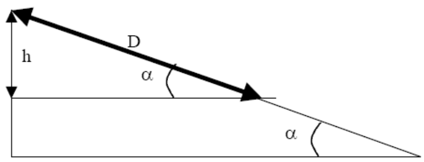
5. Uno sciatore la cui massa è *m* = 70 kg scende lungo una pista innevata (si trascura quindi l'attrito) inclinata di α = 20° rispetto all'orizzontale. Percorre partendo da fermo una distanza *d* = 300 m su questo pendio. Trovare di quanto è sceso di quota e la velocità alla fine della discesa. Lo stesso sciatore rifà la stessa pista, ma ora soffia un vento costante forte parallelo alla pista. Se lo sciatore parte con velocità iniziale di modulo v_o, calcolare modulo e verso della

forza se la sua velocità rimane costante lungo la discesa e se la sua velocità aumenta costantemente di $a = 1 m/s^2$.

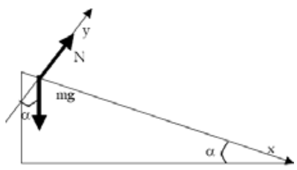
- Lo sciatore è assimilabile a un corpo di massa m che scende lungo un piano inclinato di un angolo α. In assenza di attrito, le uniche forze che agiscono sullo sciatore sono la forza peso $m\,\mathbf{g}$ verticale verso il basso, e la reazione del piano **N** perpendicolare alla pendenza



La prima domanda chiede di quanto è sceso di quota lo sciatore se scende lungo la discesa (ovvero lungo il piano inclinato) di una distanza D: D è l'ipotenusa del triangolo in cui il cateto verticale h rappresenta la discesa di quota. Applicando la trigonometria si ottiene che $h = D\ sen\alpha = 300\ m \cdot 0.342 = 102.6\ m$



Per quanto riguarda il moto dello sciatore, si è già detto delle forze che agiscono sullo sciatore, se l'asse x viene considerato lungo il piano inclinato e l'asse y perpendicolare all'asse x e con verso positivo verso l'alto e scomponendo la legge di Newton lungo questi assi: m **g** + **N** = m **a** si ha

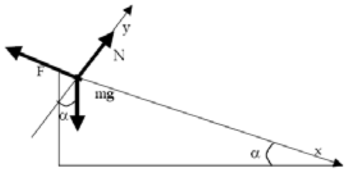


$$\begin{array}{ll} \text{asse x} & mg sen\alpha = ma_x \Rightarrow a_x = g sen\alpha \\ \text{asse y} & N - mg\cos\alpha = ma_y \equiv 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha \end{array}$$

ovvero il moto è solo accelerato lungo l'asse x e l'accelerazione è costante pari a $g\ sen\alpha$. Il moto è uniformemente accelerato e applicando le relazioni che danno la velocità in funzione della distanza percorsa e della velocità iniziale (nulla in questo caso) si ha

$$v_f = \sqrt{2g sen\alpha D} = \sqrt{29.8ms^{-2} sen 20° \cdot 300m} = 44.8ms^{-1}$$

Nel caso in cui agisce anche la forza orizzontale F dovuta al vento il diagramma delle forze si modifica come mostrato nel disegno:



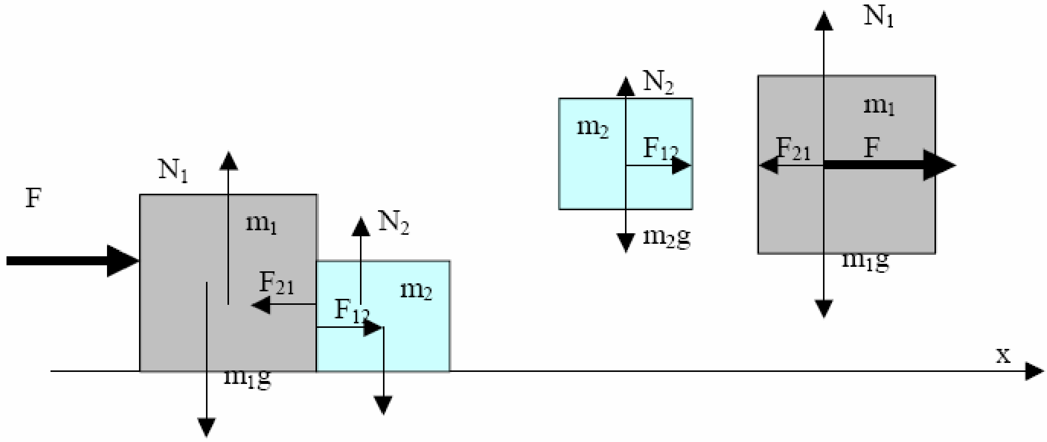
la legge di Newton diventa $m\,\boldsymbol{g} + \boldsymbol{N} + \boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a}$. Un'ulteriore informazione è che lo sciatore si dà inizialmente una spinta e scende quando c'e' il vento con la velocità iniziale: questo significa che né lungo x né lungo y c'è accelerazione $a_x = a_y = 0 \Rightarrow \mathbf{a} = 0$. Allora scomponendo lungo gli assi $m\,\boldsymbol{g} + \boldsymbol{N} + \boldsymbol{F} = m\,\boldsymbol{a}$ si ottiene

$$\begin{array}{ll} \text{asse x} & mg\,\text{sen}\,\alpha - F = 0 \Rightarrow F = mg\,\text{sen}\,\alpha \\ \text{asse y} & N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha \end{array}$$

Quindi $F = 70\ kg \cdot 9.8\ m\ s^{-2} \cdot sen\ 20° = 234.6\ N$. L'ultima domanda dice che lo sciatore scende contro vento aumentando costantemente la sua velocità di 1 metro ogni secondo, il che significa che l'accelerazione lungo l'asse x è $a_x = 1\ m/s^2$. Si ha allora, per quanto riguarda il moto lungo il piano inclinato:

$$mg\,\text{sen}\,\alpha - F = ma_x \Rightarrow F = m(g\,\text{sen}\,\alpha - a_x) = 234.6\text{N} - 70\text{N} = 164.6\text{N}$$

6. Due blocchi, di massa rispettivamente $m_1 = 5$ kg e $m_2 = 3$ kg, sono in contatto su una superficie orizzontale senza attrito, a uno dei due blocchi è applicata una forza orizzontale costante $F = 3.2$ N. Trovare l'accelerazione dei due blocchi e la forza di contatto tra i due blocchi. Se la forza è applicata in senso contrario al blocco di destra di massa m_2 come cambia il modulo dell'accelerazione dei due blocchi? Quale è la forza di contatto tra i due blocchi in questo caso?



In figura su entrambi i corpi sono segnate tutte le forze che agiscono. Su m_1 agisce la forza di spinta costante $\vec{F}$, la forza peso dovuta alla terra a cui si contrappone la reazione del piano orizzontale N_1, e la forza $\vec{F}_{21}$, che è la forza che il corpo di massa m_2 esercita su m_1, come reazione alla forza di spinta $\vec{F}_{12}$ che m_1 esercita su m_2, a causa del movimento impresso dalla forza $\vec{F}$. Sul corpo di massa m_2 *in orizzontale* $\vec{F}_{12}$ è l'unica forza che agisce.

$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$:le due forze sono forze di azione e reazione, agiscono su due corpi diversi, e hanno modulo uguale, ma verso contrario.

Se si vede il sistema delle due masse come una massa unica M= m_1+m_2, l'unica che forza che agisce in orizzontale è la forza $\vec{F}$ e imprime la accelerazione a, in direzione positiva dell'asse x, a M e di conseguenza alle due masse (questo è vero se le due masse rimangono sempre a contatto durante il moto). Le due forze $\vec{F}_{21}$ e $\vec{F}_{12}$ sono nella visione di corpo unico forze interne che si elidono tra loro.

Le forze in verticale si equilibrano e il piano orizzontale quindi esercita sul corpo unico una forza di reazione verso l'alto $\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2 = (m_1 + m_2)g$.

Quindi per quanto rigurda l'accelerazione a di M, e di m_1 e m_2, per la seconda legge di Newton si ha, tenendo che sia $\vec{F}$ che a sono entrambi allineati lungo l'asse x:

$$F = Ma \equiv (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{F}{(m_1 + m_2)} = \frac{3.2N}{8kg} = 0.4ms^{-2}$$

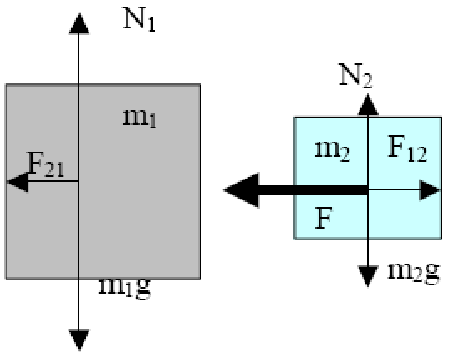
Per trovare il valore delle forze $\vec{F}_{21}$ e $\vec{F}_{12}$ i corpi bisogna considerlarli in maniera separata. Consideriamo sole le forze orizzontali: sul corpo 1 agisce sia la spinta esterna $\vec{F}$ che la forza $\vec{F}_{21}$, che contribuiscono entrame, ma con verso contrario alla accelerazione a del corpo 1. Quindi

$$F - F_{21} = m_1 a \Rightarrow F_{21} = F - m_1 a = F - m_1 \frac{F}{(m_1 + m_2)} = F\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) = 3.2N \cdot \frac{3}{8} = 1.2N$$

Averifica si può considerare il moto del corpo 2, sui cui l'unica forza orizzontale che agisce è $\vec{F}_{12}$, e per il quale l'equazione si scrive:

$$F_{12} = m_2 a \Rightarrow F_{12} = F\left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) = 3.2N \cdot \frac{3}{8} = 1.2N$$

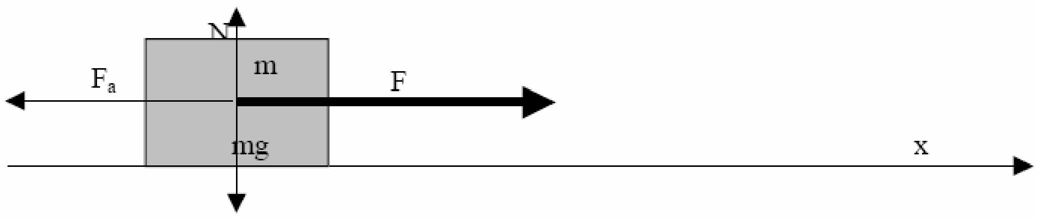
Se la forza viene applicata da destra verso sinistra, sul corpo di massa m_2, l'accelerazione non cambia, se non in verso, come si può verificare riapplicando le equazioni del moto al corpo unico di massa M. Ancora i due corpi esercitano uno sull'altro una forza uguale e contraria, ma il diagramma delle forze è ora come nellea figura che segue. Ora il corpo 2 agisce sul corpo 1 con una forza $\vec{F}_{21}$ che è ora verso sinistra, mentre il corpo 1 reagisce con



la forza $\vec{F}_{12}$. Ne segue che considerando il moto in orizzontale della massa m1, dall'equazione che descrive il moto si trova

$$F_{21} = m_1 a \Rightarrow F_{21} = F\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) = 3.2\text{N} \cdot \frac{5}{8} = 2\text{N} -$$

7. Si deve spostare una cassa di massa m = 50 kg che giace in orizzontale su un pavimento con coefficiente di attrito statico f_s = 0.5 e attrito dinamico f_d = 0.3. Si cerca di spostarla tirando con una fune che è legata alla cassa e applicando una forza orizzontale F. Trovare il valore della forza per cui la cassa incomincia a muoversi. Se si applica la stessa forza durante il movimento, quale è l'accelerazione della cassa e dopo quanto tempo si è spostata di d = 4 m? La stessa cassa viene invece spostata inclinando la corda di un angolo α = 30° rispetto l'orizzontale e tirando. Rispondere alle due domande precedenti in questo caso. Se la cassa fosse invece spinta con una forza la cui direzione è inclinata di un angolo α = 30° rispetto l'orizzontale, come cambierebbero le risposte alle domande precedenti?



In figura sono segnate le forze ache agiscono sulla cassa, come se fossero tutte applicate ad un punto materiale (il baricentro della cassa) quando le forza F con cui si tira la cassa aè orizzontale.

a) Sappiamo che la forza di attrito radente F_a è proporzionale alla forza di reazione normale N che il pavimento esercita sul corpo che pesa sul pavimento per effetto della attrazione gravitazionale. In condizioni statiche (nessun movimento) le forze in verticale si equilibrano e quindi N=mg . La forza di attrito statica è $F_a=f_sN=f_s\,mg$ e si oppone al moto che si tenta di dare tirando la cassa in orizzontale. Deve essere allora:

$$F= f_s\, mg=0.5\ \cdot 50kg\ \cdot 9.8\ ms^{-2} = 245\ N$$

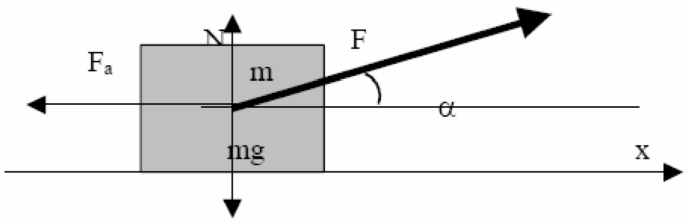
b) Se la cassa è in movimento la forza di attrito diventa una forza di attrito dinamica $F_a=f_dN=f_d\,mg$ e ora l'equazione del moto in orizzontale (in verticale rimane equilibrio tra reazione normale e forza peso) è, proiettando nella direzione positiva dell'asse x, e tenendo conto che la forza con cui si tira è quella trovata precedentemente:

$$F - f_d mg = ma \Rightarrow f_s mg - f_d mg = ma \Rightarrow a = (f_s - f_d)g = 0.2 \cdot 9.8 ms^{-2} = 1.96 ms^{-2}.$$

Questa accelerazione è costante e la cassa si muove di moto uniformemente accelerato. La cassa incomincia a muoversi con velocità iniziale nulla e lo spazio percorso d è dato dalla legge oraria per il moto uniformemente accelerato:

$$d = \frac{1}{2}at_d^2 \Rightarrow t_d = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2d}{(f_s - f_d)g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4m}{1.96 ms^{-2}}} = 2.02$$

c) Se la cassa fosse spostata tirando con una forza F la cui direzione è inclinata di una angolo α , il diagramma delle forze è ora come indicato nella figura a fianco e la forza $\vec{F}$ ha componenti sia orizzontali che



verticali. a)Un attimo prima che il corpo si muova la somma delle forze deve essere nulla e quindi deve essere $\vec{F}+\vec{F}_a+m\vec{g}+\vec{N}=0$ dove $|\vec{F}_a|=f_s N$. Scomponendo sugli assi x e y perpendicolare a x, diretto verso l'alto, si ha

$$\text{asse y} \quad N+F\text{sen}\alpha-mg\equiv 0 \Rightarrow N=mg-F\text{sen}\alpha$$

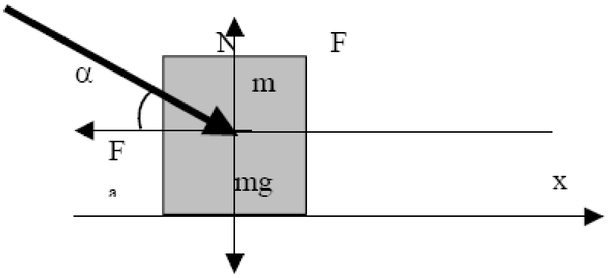
$$\text{asse x} \quad F\cos\alpha-f_s N=0 \Rightarrow F\cos\alpha-f_s(mg-F\text{sen}\alpha)=0 \Rightarrow$$

$$F=\frac{f_s mg}{\cos\alpha+f_s\text{sen}\alpha}=\frac{0.5\cdot 50\text{kg}\cdot 9.8\text{ms}^{-2}}{\cos 30+0.5\text{sen}30}\cong 220\text{N}$$

La forza applicata serve a diminuire la reazione del piano e quindi a diminuire la forza di attrito. b) Per quanto riguarda l'accelerazione si ha ora

$$F\cos\alpha-f_d N=ma \Rightarrow F\cos\alpha-f_d(mg-F\text{sen}\alpha)=ma \Rightarrow a=\left[\frac{f_s(\cos\alpha+f_d\text{sen}\alpha)}{(\cos\alpha+f_s\text{sen}\alpha)}-f_d\right]g=1.52\text{ms}^{-2}$$

e c) usando questo valore dell'accelerazione si trova un tempo per trascinare la cassa di 4 metri un poco più lungo del precedente, ovvero t_d=2.3 s



Se ora si spinge la cassa spingendo come in figura si ha il digramma di figura e rispetto al caso precedente si ha , a) per il caso statico: ancora

$\vec{F}+\vec{F}_a+m\vec{g}+\vec{N}=0$ dove $|\vec{F}_a|=f_s N$

Scomponendo sugli assi x e y,perpendicolare a x, diretto verso l'alto, si ha

$$\text{asse y} \quad N - F\text{sen}\alpha-mg\equiv 0 \Rightarrow N=mg+F\text{sen}\alpha$$

$$\text{asse x} \quad F\cos\alpha-f_s N=0 \Rightarrow F\cos\alpha-f_s(mg+F\text{sen}\alpha)=0 \Rightarrow$$

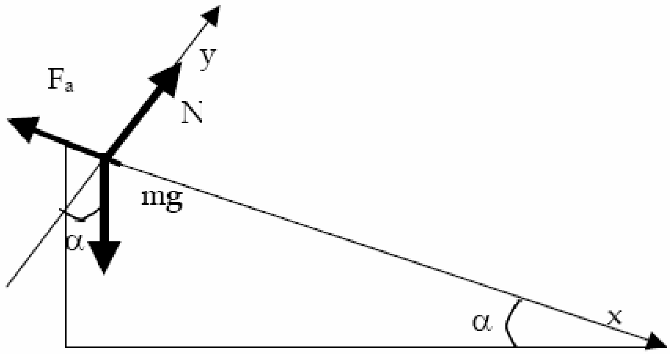
$$\Rightarrow F=\frac{f_s mg}{\cos\alpha-f_s\text{sen}\alpha}=\frac{0.5\cdot 50\text{kg}\cdot 9.8\text{ms}^{-2}}{\cos 30-0.5\text{sen}30}\cong 398\text{N}$$

La forza da applicare aumenta e il pavimento deve equilibrare oltre il peso una parte della forza applicata. b) Quando la cassa è n movimento si ha

$$F\cos\alpha-f_d N=ma \Rightarrow F\cos\alpha-f_d(mg+F\text{sen}\alpha)=ma \Rightarrow a=\left[\frac{f_s(\cos\alpha-f_d\text{sen}\alpha)}{(\cos\alpha-f_s\text{sen}\alpha)}-f_d\right]g=2.76\text{ms}^{-2}$$

e infine c) il tempo per percorrere i 4 m è ora t_d=1.7 sec.

8. Un blocco di massa m = 6 kg, inizialmente fermo, scende strisciando lungo un piano inclinato di un angolo α = 40° rispetto l'orizzontale. Il coefficiente d'attrito dinamico tra piano e blocco è f_d = 0.4. Determinare la velocità del blocco dopo T = 10 secondi di discesa e lo spazio percorso lungo il piano. Lo stesso blocco viene spinto verso l'alto sullo stesso piano con una velocità iniziale v_0 =10 m/s. Determinare il tempo che impiega per percorrere questa distanza e la distanza percorsa prima che la sua velocità si annulli. Descrivere il moto successivo: il corpo ricade verso il basso o rimane fermo in quella posizione, se il coefficiente di attrito statico è f_s = 0.7? Se ricade con che velocità arriva alla fine del piano inclinato?



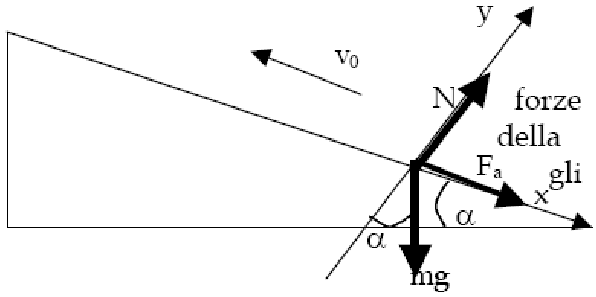
In discesa il blocco (schematizzato come un punto) è sottoposto alle forze disegnate in figura (N è la reazione del piano, vi è la forza peso, e F_a è la forza di attrito $=f_dN$). Scrivendo l' equazione del moto si ha

$$\vec{F}_a + m\vec{g} + \vec{N} = 0 \quad \text{dove} \quad \left|\vec{F}_a\right| = f_d N$$

Al solito scomponendo sugli assi x e y segnati in figura si ottiene

$$\text{asse y} \quad N - mg\cos\alpha \equiv 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$$
$$\text{asse x} \quad mg\,sen\alpha - f_d N = ma \Rightarrow a = g(sen\alpha - f_d\cos\alpha) = 3.3ms^{-2}$$

l'accelerazione è costante, il moto uniformemente accelerato, per cui la velocità al tempo t è data dalla relazione $v(t)=v_o+at$.
La velocità iniziale è nulla per cui $v(t=10s)=3.3\ ms^{-2}\cdot 10s=33m/s$.
Lo spazio percorso è dato dalla relazione $x(t)=\frac{1}{2}at^2$ se si considera la posizione iniziale del blocco come origine degli assi ($x_0=0$).
Quindi dopo 10 secondi si ha
$x(t=10)=\frac{1}{2}3.3ms^{-2}\cdot 100s^2=165m$.



Quando il blocco risale il digramma delle forze è quello disegnato in figura, cambia il verso della forza di attrito. Ora scomponendo lungo gli assi x e y la equazione $\vec{F}_a+m\vec{g}+\vec{N}=0$ dove $|\vec{F}_a|=f_d N$ si ottiene

$$\text{asse y} \quad N - mg\cos\alpha \equiv 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$$
$$\text{asse x} \quad mg\,sen\alpha + f_d N = ma \Rightarrow a = g(sen\alpha + f_d\cos\alpha) = 9.3ms^{-2}$$

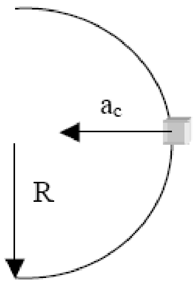
L'accelerazione è positiva nel verso positivo dell'asse x, quindi contraria alla velocità iniziale che è invece verso l'alto, il moto è decelerato. Per trovare il tempo t a cui v(t)=0, si deve considerare che nel moto uniformemente decelerato con velocità iniziale diversa da zero si $v(t)=v_o-at$. Ponendo v(t)=0 si ottiene $t=\frac{v_o}{a}=\frac{v_o}{g(f_d\cos\alpha+sen\alpha)}=\frac{10ms^{-1}}{9.3ms^{-2}}=1.08s$ e la distanza percorsa in questo tempo si ottiene considerando la legge oraria

$$x(t)=vot-\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x(t=1.08s)=10ms^{-1}\cdot 1.08s-0.5\cdot 9.3ms^{-2}\cdot(1.08)^2s^2=5.38m.$$

Quando si ferma la forza di attrito statico è pari a $F_a=f_s mg\cos\alpha=0.7\cdot 6kg\cdot 9.8ms^{-2}\cos 40°=31.5N$. Nello stesso momento la componente della forza peso verso il basso vale $F=mg\,sen\alpha=37.8$ N Dato che è maggiore della forza di attrito statico, il blocco ricomincia a scendere verso il basso, con l'accelerazione che abbiamo calcolato all'inizio pari a 3.3 ms^{-2}.
Deve percorrere la distanza d =5.38m, e parte con velocità nulla. Quindi

$$v_f=\sqrt{2\cdot 3{,}3ms^{-2}\,5.38m}=5.96ms^{-1}$$

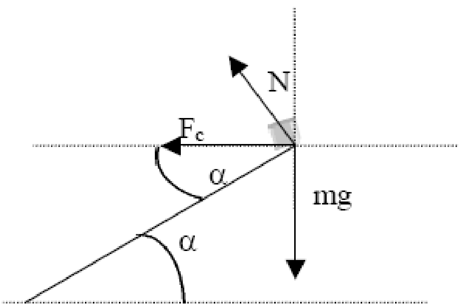
9. Un'automobile percorre una curva in piano di raggio R = 150m. L'attrito tra i pneumatici e la strada è f_d = 1.4. Trovare quale è la massima velocità che può avere la macchina per non slittare. L'attrito è di tipo statico o dinamico? Serve aumentare la massa della macchina per non slittare? Per eliminare sbandamenti, se l'attrito diminuisce per pneumatici lisci o presenza di acqua, le curve sono sopraelevate (o inclinate). Determinare l'angolo di sopraelevazione α per la curva in caso di attrito nullo se la velocità dell'automobile è quella determinata precedentemente.



Mentre l'automobile gira il motore fornisce la forza per cui cambia la sua velocità scalare, per permetterle di avere la forza centripeta che giustifica la sua accelerazione centripeta verso il centro pari a v2/R, la attrito radente fornisce questa forza, che in modulo vale $F_a=f_d N$, dove N è La reazione del piano su cui si muove l'automobile al suo peso.
L'automobile è in orizzontale per cui N=mg e quindi deve essere $F_a = ma_c \Rightarrow f_d mg = m\frac{v^2}{R}$

da cui si ricava $v = \sqrt{f_d Rg} = 45.4 ms^{-1}$.

L'attrito è di tipo dinamico e come si vede dalle relazioni trovate la massa non compare nelle relazioni, per cui in presenza di solo attrito radente non serve aumentare la massa.
Se la curva è sopraelevata, in sezione la situazione si presenta come nella figura sotto:
L'automobile, si trova sulla curva, che esercita dal basso una reazione perpendicolare all pendenza della curva stessa, nella figura F_c è la direzione della forza centripeta, Ora



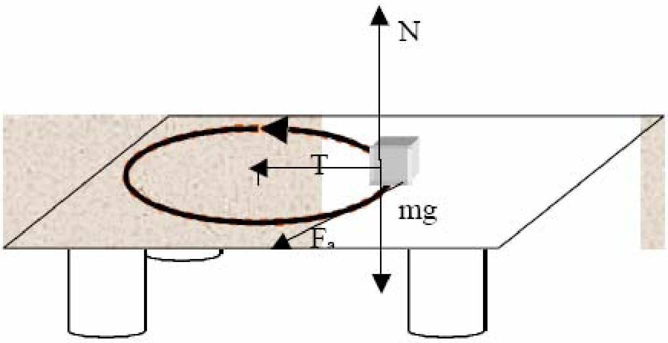
$N\cos\alpha=mg$ (l'automobile non si muove in verticale),ancora la macchina è dotata di accelerazione centripeta e la forza centripeta è ora fornita dalla componente lunfo la direzione centripeta dlla reazione N del piano. Quindi

$$N\operatorname{sen}\alpha = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow \frac{mg}{\cos\alpha}\operatorname{sen}\alpha = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{v^2}{Rg}$$

Sostituendo i valori si trova per α=54.5°.

Verificare che il rapporto $\frac{v^2}{Rg}$ sia adimensionale

10. Un blocchetto di massa *m* = 200 g è fatto girare, da una corda ancorata nel centro della circonferenza, su una circonferenza orizzontale di raggio *R* = 20 cm. Il piano su cui ruota è ruvido ed è presente attrito tra la massa e il piano. La velocità iniziale della massa è v_0 = 10 m/s e diminuisce costantemente di *a* = 0.5 m/s^2. Determinare il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e piano. Determinare quanti giri fa il blocchetto prima di fermarsi. Calcolare la tensione nel filo all'inizio del moto (*t* = 0 s) e dopo un tempo t' = 3 s dall'inizio del moto. Scrivere l'equazione oraria per l'angolo descritto durante il moto .



Le forze che agiscono sul corpo sono segnate in figura: la corda serve a dare la forza centripeta e l'accelerazione centripeta, sempre presente in un moto circolare o curvo. la forza d'attrito determina la decelerazione lineare (variazione del modulo della velocità) del corpo mentre ruota. questa decelerazione è pari ad $a = F_a/m = f_d\, mg/m = f_d\, g$. Poiché il corpo diminuisce la sua velocità al ritmo costante di 0.5 ms^{-2}, questa è l'accelerazione quindi

$$f_d = \frac{a}{g} = 0.051.$$

La velocità diminuisce nel tempo secondo la legge $v(t)=v_o-at$ e quindi il tempo in cui si annulla è $t = \frac{v_o}{a} == \frac{10ms^{-1}}{0.5ms^{-2}} = 20s$. In questo tempo lo spazio percorso lungo la curva