UNIVERSITA' DEL SANNIO

CORSO DI FISICA 1

ESERCIZI – DINAMICA II

1. Un blocco assimilabile ad un punto materiale di massa $m = 2\ Kg$ partendo da fermo scivola da un'altezza $h = 4\ m$ lungo una guida priva di attrito. Alla base della guida il blocco colpisce e comprime una molla ideale di costante elastica $k = 200\ N/m$. Calcolare la massima compressione della molla, l'energia potenziale della massa alla quota di $h = 2\ m$ e l'energia cinetica prima di cominciare a comprimere la molla.

- Rispetto alla base della guida, l'energia potenziale del blocco è $E = m\ g\ h =$ 78.4 J. Alla base della guida, il blocco possiede un'energia cinetica uguale a quella potenziale iniziale. Mentre il blocco comprime la molla, questa energia cinetica si trasforma in energia potenziale elastica della molla e la trasformazione è completa quando la molla è compressa al massimo. Quindi: $m\ g\ h = ½\ k\ x^2$ x = 0.89 m. All'altezza di 2 m l'energia potenziale vale la metà di quella posseduta a 4 m ed infine l'energia cinetica prima di comprimere la molla sul piano orizzontale non può non essere uguale a quella potenziale gravitazionale iniziale oppure a quella potenziale elastica alla massima compressione della molla.

2. Un cane rincorre un gatto. La massa del cane è doppia di quella del gatto, la loro energia cinetica è uguale ed è costante. Inoltre la distanza tra il cane ed il gatto aumenta di 3 m ogni secondo. Calcola la velocità dei due animali.

- L'energia cinetica del gatto e del cane valgono rispettivamente $E_g = ½\ m_g\ v_g^2$ e $E_c = ½\ m_c\ v_c^2 = m_g\ v_c^2$. Quindi dato che le energie cinetiche devono essere uguali: $v_g^2 = 2\ v_c^2$. Ma la velocità del gatto è tale da essere $v_g = v_c + v_0$, con $v_0 =$ 3 m/s. Risolvendo il sistema di due equazioni in due incognite $v_c = (1 + 2^{½})\ v_0$ = 7,24 m/s e $v_g = (2 + 2\ 2^{½})\ v_0$ = 10,24 m/s.

3. Un blocco di massa $m = 3{,}57\ Kg$ è trascinato a velocità costante su un piano orizzontale per un tratto $d = 4{,}06\ m$ da una fune che esercita una forza costante di modulo $F = 7{,}68\ N$ incrinata di una angolo $\theta = 15°$ sull'orizzontale. Calcolare il lavoro totale compiuto sul blocco, il lavoro fatto dalla fune sul blocco, il lavoro fatto dalle forze di attrito sul blocco, il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e piano.

- Poiché il blocco si muove con velocità costante, anche la sua energia cinetica è costante. Non essendovi variazione di energia cinetica, il lavoro totale compiuto sul blocco è zero, per il teorema dell'energia cinetica. Il lavoro computo dalla forza F che è costante e forma un angolo di 15° con al direzione dello spostamento è dato dalla formula $L = f\, d \cos \theta$ = 30,1 J. Essendo nullo il lavoro totale, le forze di attrito compiono un lavoro eguale e contrario a quello compiuto dalla fune: $L_a = - L =$ - 30,1 J. Essendo nulla la forza risultante, come si deduce dal punto precedente, valgono per le proiezioni sugli assi x e y due relazioni: $F \cos \theta - F_c = 0$ e $F \sin \theta - mg + N = 0$ Poiché d'altra parte la forza di attrito è legata alla reazione normale della superficie otteniamo $\mu = F \cos \theta / N$ = 0,225.

4. Un blocco di ghiaccio di 50 Kg è posto su un piano inclinato lungo 1,5 m ed alto 90 cm. Un uomo spinge il blocco di ghiaccio in su parallelamente al piano inclinato cosicché il blocco scivola giu con velocità costante. Il coefficiente di attrito tra il ghiaccio ed il paino è 0,1. Trovare la forza esercita dall'uomo, il lavoro fatto dall'uomo sul blocco, il lavoro fatto dalla forza di gravità sul blocco, il lavoro fatto dalla superficie del piano sul blocco, il lavoro fatto dalla risultante delle forse sul blocco e la variazione di energia cinetica del blocco.

- Poiché il moto del blocco di ghiaccio è uniforme, la risultante delle forze ad esso applicato deve essere zero. Tenuto conto dei dati del problema e del fatto che l'attrito cinetico ha sempre verso opposto alla velocità, detta $\boldsymbol{F}$ la forza applicata dall'uomo ed $\boldsymbol{F_c}$ la forza d'attrito, si ha: $F + F_c - mg \sin \theta = 0$. Quindi $F = mg (\sin \theta - mu \cos \theta)$. Tenuto conto dei dati del problema si ottiene F = 255 N. Tale forza è opposta allo spostamento, quindi il lavoro compiuto vale $L_1 = - F\, l =$ - 383 J. Per il lavoro della forza peso abbiamo con un calcolo analogo il valore di $L_2 = mg\, l \sin \theta$ = 441 J. La forza di attrito equilibra la risultante delle altre due forze; quindi il lavoro che essa compie è opposto al lavoro complessivo fatto dalle altre due forze: $L_3 = -(L_1 + L_2)$ = - 58 J. Infine essendo nulla la risultante delle forze applicate sul blocco, si annullano sia il lavoro che la variazione di energia cinetica.

5. Da quale altezza dovrebbe cadere una macchina per acquistare un'energia cinetica eguale a quella che avrebbe se viaggiasse alla velocità di 100 Km/h.

- In un moto uniformemente accelerato la velocità raggiunta da un corpo che parte da fermo dopo aver percorso un tratto d è dato da $v^2 = 2\, g\, d$. Quindi $d = v^2 / (2\, g)$ = 39,4 m.

6. Un oggetto è appeso ad una molla verticale e abbassato lentamente fino alla posizione di equilibrio. Esso allunga la molla di un tratto d. Se lo stesso oggetto, attaccato alla stessa molla verticale, viene lasciato cadere, di quanto si allunga la molla?

- Sia k la costante elastica della molla. In condizioni di equilibrio la forza applicata alla molla è uguale al peso dell'oggetto, quindi: $m\,g = k\,d$ ossia $d = mg / k$. Se l'oggetto viene lasciato cadere, possiamo applicare la conservazione dell'energia meccanica. Scelta la posizione iniziale dell'oggetto come origine delle coordinate in tale punto si annullano sia l'energia cinetica che l'energia potenziale della forza elastica e quella della forza peso. L'energia totale vale $E = K + U_e + U_p$ che inizialmente vale zero. Questo valore deve rimanere costante durante il moto. Quando la molla raggiunge il massimo allungamento D, la velocità dell'oggetto è istantaneamente nullo e quindi l'energia cinetica è zero. L'energia potenziale della forza elastica ha il valore $U_e = ½\,k\,D^2$ e quella della forza peso $U_p = -\,m\,g\,D$. Dalla conservazione dell'energia meccanica si ottiene $E = K + U_e + U_p = ½\,k\,D^2 – m\,g\,D = 0$. Quindi $D = 2\,m\,g / k = 2\,d$.

7. Il cavo di un ascensore di massa *2000 Kg* si spezza quando l'ascensore è fermo al primo paino a distanza $d = 4{,}0\ m$ da una molla di attenuazione di costante elastica $K = 1{,}5\ 10^5\ N/m$. Un dispositivo di sicurezza agisce sulle guide in modo da far loro sviluppare una forza di attrito costante di *500 Kgf* che si oppone al moto dell'ascensore. Calcolare la velocità dell'ascensore prima che urti la molla. Trovare di quale tratto s è compressa la molla. Calcolare a quale distanza risale l'ascensore lungo le guide.

- Assumiamo come configurazione di riferimento, in cui l'energia potenziale del sistema ha un valore nullo, quella in cui l'ascensore entra in contatto con la molla. Nella posizione inziale l'ascensore possiede energia cinetica $K_i = 0$ ed energia potenziale $U_i = m\,g\,d$ = 78,4 KJ. Nel momento in cui l'ascensore urta la molla, l'energia potenziale è nulla, l'energia cinetica è $K = ½\,m\,v^2$, dove v è la velocità incognita. Essendo presente durante il moto una forza di attrito, applicheremo la conservazione dell'energia meccanica tenendo conto del lavoro delle forze non conservative: $\Delta E = \Delta K + \Delta U = K – K_i + U – U_i = -\,Fa\,d$ = - 19,6 KJ. Sostituendo le espressioni trovate si ha allora $½\,m\,v^2 – m\,g\,d = -\,Fa\,d$ da cui $v = (2\,d / m\,(m\,g - Fa))^{½}$ = 7,67 m/s. La compressione massima della molla corrisponde all'annullamento della velocità dell'ascensore. In questo caso l'energia potenziale della molla è data da $U' = ½\,k\,s^2$ dove s è la deformazione della molla. Il lavoro della forza di attrito e della forza peso si compie su una distanza $d + s$, cosicché possiamo scrivere: $E = ½\,k\,s^2\ -\,mg\,(d + s) = -\,Fa\,(d + s)$. Risolvendo rispetto ad s otteniamo quanto cercato: s = 1 m. La molla alla massima compressione possiede un'energia potenziale $U' = ½\,k\,s^2$ = 75 KJ. Parte di questa energia si trasforma in energia potenziale gravitazionale, parte viene dissipata dalle forze d'attrito: $½\,k\,s^2 = mg\,h + F_a$ dove h è la distanza di cui risale l'ascensore. Quindi h = 3 m. L'ascensore arriva ad un livello di 2 m sopra il livello della molla.

8. Una sferetta di massa 0.40 Kg, posta ad un'altezza di 1,4 m da terra viene lasciata cadere su una molla posta verticalmente. La molla, di massa trascurabile è lunga 0,35 m ed ha una costante elastica di 1400 N/m. Di quanto si comprime la molla prima che inizi il rimbalzo? Risolvi il problema dapprima trascurando la variazione di energia potenziale dovuta all'abbassamento della molla, poi tenendone conto.

- Sia l la lunghezza della molla, h l'altezza da cui cade la sferetta ed x la compressione della molla. Nel caso generale abbiamo che $m\,g\,h = ½\,k\,x^2 + m\,g\,(l - x)$ da cui $m\,g(\,h – l) = ½\,k\,x^2 - m\,g\;\;x$. Nel caso in cui trascuriamo la variazione di energia potenziale gravitazionale abbiamo $m\,g\,h = ½\,k\,x^2 + m\,g\,(h - l)$ da cui $k\,x^2$ $-2\,m\,g\,l$. Quindi si ottengono i valori della compressione nelle due ipotesi.

9. Un ragazzo si tuffa in mare da 5 m di altezza. La sua velocità di caduta viene ridotta a zero per l'attrito con l'acqua quando egli si trova a 2, 5 m sotto acqua. La massa del ragazzo è di 75 Kg. Qual è l'energia media dissipata per attrito con l'acqua per ogni metro?

- Ponendo a zero l'energia potenziale nel punto in cui si arresta il moto nell'acqua abbiamo che le forze di attrito devono compiere un lavoro negativo pari a $m\,g\,(h + d)$ dove h è l'altezza da cui avviene il tuffo rispetto al livello dell'acqua e d lo spazio percorso nell'acqua. Quindi l'energia dissipata per unità di lunghezza è data da $m\,g\,(h + d) / d = m\,g\,(1 + h/d)$. Quindi otteniamo: 2,29 x 10^3 J/m.

10. Un'automobile viaggia su una strada orizzontale a 50 Km/h e si arresta frenando in 28 m. Supponendo che i freni applichino la stessa forza anche su una strada in discesa con la pendenza del 9 %, quale sarebbe la distanza di arresto dell'auto?

- Sia v_0 la velocità iniziale della macchina, d_1 lo spazio percorso ed a_1 l'accelerazione necessaria per fermare la macchina nel tratto orizzontale. Si ottiene in questo caso che $a_1 = ½\,v_0^2 / d_1$. Quindi a tale accelerazione dobbiamo associare una forza frenante pari a $f = m\,a_1 = ½\,m\,v_0^2 / d_1$. Nel caso in cui vi sia un piano inclinato con un angolo α, lungo il piano inclinato bisogna avere: $f – m\,g\,sin\,\alpha = m\,a_2$, dove $a_2 = ½\;\;v_0^2 / d_1 - g\,sin\,\alpha$ è l'accelerazione necessaria per fermare la macchina avente sempre velocità iniziale v_0. Lo spazio necessario sarà dunque $d_2 = ½\,v_0^2 / a_2 = ½\,v_0^2 /(½\;\;v_0^2 / d_1 - g\,sin\,\alpha)$. N.B. Se $\alpha = 0$ troviamo che $d_2 = d_1$!!! Ovvio!!!