UNIVERSITA' DEL SANNIO

CORSO DI FISICA 1

ESERCIZI – DINAMICA III

1. Una canoa percorre un tratto rettilineo di fiume lungo l = 1 Km una volta contro corrente impiegando 20 minuti ed una volta a favore di corrente impiegando 15 minuti. Calcolare la velocità della corrente rispetto alla riva. Si suppongano costanti la velocità della corrente e la velocità con cui la canoa si muove rispetto alla corrente.

- Detta v la velocità rispetto al sistema fisso, solidale con la riva, e detta v' la velocità della canoa rispetto ad un sistema mobile solidale con la corrente, si ha: $v' = v - v_t$ e $v = v' + v_t$ dove v_t è la velocità di trascinamento, cioè la velocità rispetto a riva di un punto solidale con il sistema mobile che si trovi sovrapposto alla canoa (punto mobile). v_t è l'incognita del problema e può essere determinata scrivendo le equazioni orarie dei due moti di andata e di ritorno. Andata: $v_1 = v' - v_t$; ritorno: $v_2 = v' + v_t$ da cui si ottiene $v_2 - v_1 = 2\ v_t$. D'altra parte $v_1 = l/t_1\ 2\ v_2 = l/t_2$. Infine $v_t = ½(l/t_2 - l/t_1)$ = 0.14 m/s.

2. Un'automobile di lunghezza l = 4 m si muove di moto rettilineo uniforme alla velocità v = 100 Km/h e sorpassa un autotreno che si muove nella stessa direzione e con velocità V = 60 Km/h. Se l'autotreno è lungo L = 15 m, quanto tempo dura il sorpasso, cioè quanto tempo occorre perché si passi dalla situazione in cui il fronte dell'auto è allineato con la coda dell'autotreno, alla situazione in cui la coda dell'auto è allineata con il fronte dell'autotreno?

- Scegliendo un sistema di riferimento fisso solidale con l'autotreno, perché il sorpasso sia completo, il fronte dell'auto, che si muove con velocità $v - V$ rispetto all'autotreno, deve percorrere il tratto $L + l$. Trattandosi di moto rettilineo ed uniforme, il tempo necessario è $t = (L + l) / (v - V)$ = 1,7 s.

3. Due aerei viaggiano sullo stesso piano con velocità v_1 = 500 Km/h e v_2 = 800 Km/h rispettivamente. Le direzioni di moto formano un angolo θ = 30°, mentre gli aerei si allontanano l'uno rispetto all'altro. Calcolare la velocità relativa dl secondo aereo rispetto al primo (modulo e direzione).

- Rispetto ad un sistema fisso solidale con la Terra, un sistema di riferimento mobile solidale con il primo aereo ha velocità di trascinamento costante $\mathbf{v}_t = \mathbf{v}_1$. In questo sistema mobile, in cui l'aereo 1 è fermo, il secondo aereo ha velocità relativa $\mathbf{v'}_2 = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_t = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ essendo $\mathbf{v}_2$ la velocità del secondo aereo rispetto al sistema fisso. Proiettando sugli assi x' ed y' del sistema mobile (scelti paralleli ai corrispondenti assi x e y del sistema fisso) si ha: $\begin{cases} v'_{2x} = v_{2x} - v_1 = v_2 \cos\theta - v_1 \\ v'_{2y} = v_{2y} = v_2 \sin\theta \end{cases}$.

L'angolo è dato da $\tan\theta' = \dfrac{v'_{2y}}{v'_{2x}}$ ed il modulo di **v'**$_2$ è dato da $v'_2 = \sqrt{v'^2_{2x} + v'^2_{2y}}$. Numericamente abbiamo …

4. Un treno si muove di moto rettilineo uniforme con velocità V. All'interno del treno, un punto materiale viene lanciato verso l'alto, rispetto al treno, con velocità v'_0. Determinare il tipo di traiettoria del punto nel riferimento solidale al treno e nel riferimento fisso solidale alle rotaie.

- Siano **v** e **v'** le velocità del punto rispetto al sistema fisso Oxy ed a quello mobile O'x'y', rispettivamente. Essendo **V** la velocità di trascinamento si ha **v** = **v'** + **V**. In modo analogo, per l'accelerazione si ha **a** = **a'**. Nel riferimento mobile O'x'y' abbiamo un moto rettilineo verticale $\begin{cases} v'_x = 0 \\ v'_y = v'_0 - gt \end{cases}$. Nel sistema di riferimento Oxy abbiamo **a** = - **g'** e **v** = **v'** + **V**; quindi le leggi orarie sono $\begin{cases} v_x = V \\ v_y = v'_y = v'_0 - gt \end{cases}$ (moto parabolico).

5. Durante la fase di frenamento, con accelerazione negativa costante **A**, di un vagone che si muove su traiettoria rettilinea orizzontale, un corpo viene lanciato, internamente al vagone, con velocità v'_0 verticalmente verso l'alto, rispetto al vagone in moto. A che distanza dal punto di lancio il corpo ricadrà sul pavimento del vagone?

- Nel sistema fisso (inerziale) Oxy si ha **a** = - **g** (corrispondente al fatto che è presente soltanto la forza reale dovuta la peso). Nel sistema mobile O'x'y' (non inerziale, nel quale oltre alla forza peso è presente la forza di inerzia – *m* **A**) si ha: **a'** = **a** – **A**. Dunque l'accelerazione relativa **a'** è uniforme nel riferimento mobile ed inclinata rispetto alla verticale. Conviene risolvere il problema ponendoci nel sistema mobile: $\begin{cases} a'_x = -A \\ a'_y = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = x'_0 - \frac{1}{2}At^2 \\ y' = v'_0\, t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$. Il tempo necessario per toccare terra è dato da $t = t^* = \dfrac{2v'_0}{g}$. La distanza dal punto di lancio ($x' = x'_0$) del punto di ricaduta sarà: $\Delta x' = x'(*) - x' = -\dfrac{2Av'^2_0}{g^2}$.

6. Una pallina si trova ferma alla base di un piano inclinato di 45° rispetto all'orizzonte e di altezza h = 1,1 m, montato sopra un carrello . Il carrello viene messo in movimento con accelerazione costante **A** per un intervallo di tempo τ, dopodichè il carrello prosegue con moto uniforme. Si determini il valore di **A** per i quali la pallina, scivolando senza attrito lungo il paino inclinato, ne raggiunge la sommità.

- Si consideri un sistema di riferimento solidale con il piano inclinato, con l'asse x nella direzione di moto della pallina e l'origine alla base del piano: per $t \leq \tau$ tale sistema di riferimento non è inerziale e la sua accelerazione di trascinamento vale – **A**. Rispetto al sistema di riferimento considerato, il modulo dell'accelerazione della pallina risulta $a = A\cos\alpha - g\sin\alpha$ per $t \leq \tau$ e $a = -g\sin\alpha$ per $t > \tau$. Ora la velocità per $t \leq \tau$ vale $v(t) = (A\cos\alpha - g\sin\alpha)t$ e per $t > \tau$ vale $v(t) = (A\cos\alpha)\tau - (g\sin\alpha)t$, mentre lo spazio percorso per $t \leq \tau$ vale $x(t) = \frac{1}{2}(A\cos\alpha - g\sin\alpha)t^2$ e per $t > \tau$ vale $x(t) = (A\cos\alpha)\tau t - \frac{1}{2}(A\cos\alpha)\tau^2 - \frac{1}{2}(g\sin\alpha)t^2$. La pallina si arresterà in un tempo pari a $t = \tau + t^*$, dove t^* è il tempo di inversione del moto uniformemente decelerato per $t > \tau$: $t^* = \frac{A\tau}{g}\cot\alpha$. Lo spazio percorso sarà, dunque, dato dalla somma degli spazi percorsi nelle due modalità di moto: $x_{tot} = \frac{\tau^2}{2g\sin\alpha}(A^2\cos^2\alpha - g^2\sin^2\alpha)$. Quindi l'altezza massima raggiunta è $h_{tot} = x_{tot}\sin\alpha = \frac{\tau^2}{2g}(A^2\cos^2\alpha - g^2\sin^2\alpha)$. Sia h_0 l'altezza da raggiungere. Quindi otteniamo la seguente relazione da soddisfare per l'accelerazione A: $(A^2\cos^2\alpha - g^2\sin^2\alpha) = \frac{2gh_0}{\tau^2}$.

7. Una sbarra di massa trascurabile e lunghezza l è posta con un angolo α rispetto alla verticale. Alla sua estremità libera è applicata una forza verso il basso pari in modulo ad f. Calcolare il momento della forza scegliendo come polo l'altra estremità della sbarra fissa alla verticale.

- Tra il raggio vettore e la forza vi è un angolo pari a 180° - α, quindi il modulo vale $l\, f \sin\alpha$.

8. Calcolare il momento angolare associato al moto di un corpo di massa m su una guida circolare di raggio r.

- La quantità di moto vale $m\, v = m\, r\, \omega$. In questo caso il vettore posizione (scelto come polo il centro della circonferenza) vale in modulo r ed è sempre ortogonale alla quantità di moto. Quindi otteniamo un momento angolare pari a $m\, r^2\, \omega$.

9. Calcolare il momento della forza peso, agente su un corpo di massa m in rotazione nel giro della morte, rispetto al centro dell'anello ed il punto più basso dell'anello.

- Il modulo del momento della forza vale $m\, g\, l\, \sin\alpha$, nel caso del polo coincidente con il centro della circonferenza, dove α è l'angolo formato dalla direzione verticale e dal raggio vettore (α compreso tra - 180° e 180°). Nel secondo caso abbiamo invece che il modulo $2\ r \cos\theta\ m\ g \sin\theta = m\ g\ r \sin(2\theta)$, dove ora θ varia tra – 90° e 90°.

10. Calcolare il momento angolare di un corpo di massa m in moto rettilineo ed uniforme.

- Detto Ω il polo, il modulo del momento angolare vale $m|\vec{v}||\Omega P|\sin\alpha$ dove α è l'angolo compreso tra il vettore quantità di moto $m\vec{v}$ ed il raggio vettore ΩP. Considerato che $|\Omega P|\sin\alpha = b$ rappresenta la distanza tra il polo e la direzione della quantità di moto otteniamo un momento angolare costante che vale $m|\vec{v}|b$.